Abschlussklausur zur Vorlesung ”Wirtschaftswachstum”

4. August 2009

Aufgabe 1 (10%)

Was versteht man unter dem Harrod-Paradoxon, und wie ist es zu erklären?

Aufgabe 2 (15%)

Nennen Sie drei der sechs stilisierten Fakten, mit denen eine Wachstumstheorie nach Kaldor kompatibel sein muss. Zeigen Sie, dass das Solow-Modell die von Ihnen genannten stilisierten Fakten abbildet.

Aufgabe 3 (30%)

In einer antiken Volkswirtschaft verbrennt eine große Bibliothek, in der bedeutende Teile des Wissens der damaligen Zeit festgehalten waren. Gehen Sie davon aus, dass sich die Volkswirtschaft zuvor in einem steady state befand.

(a) Analysieren Sie die Konsequenzen aus der Sicht des Solow-Modells. Unterstellen sie dabei eine konstante technologische Fortschrittsrate $g_A = g$. Wie reagieren der Pro-Kopf-Output und das Technologieniveau? Stellen Sie die Anpassung der beiden Größen nach dem Schockereignis in einem Diagramm gegen die Zeitachse dar.

(b) Wie reagiert demgegenüber das Technologieniveau über die Zeit, wenn die Rate des technischen Fortschritts durch das Romer-Modell bestimmt wird: $g_A = BL_A A^{\phi-1}$? Gehen Sie davon aus, dass B konstant ist, und unterscheiden Sie die Fälle

ba) $\phi < 1$; $g_{L_A} > 0$

bb) $\phi = 1$; $g_{L_A} = 0$.

Aufgabe 4 (30%)

Eine Volkswirtschaft produziert einen Output *Y* mit Kapital *K*, Arbeit *L* und Land *T* mit konstanten Skalenerträgen nach Maßgabe der Produktionsfunktion

$$Y = K^{\alpha} T^{\beta} \left(AL\right)^{1-\alpha-\beta} \qquad 0 < \alpha, \beta < 1$$

Die Sparquote *s* und die Abschreibungsrate δ und der Faktor Land (T) sind konstant. Die Bevölkerung wächst mit der konstanten Rate *n*, die Technologie mit der konstanten Rate *g*.

(a) Zeigen Sie, dass der Kapitalkoeffizient im steady state konstant ist, und berechnen Sie seinen Gleichgewichtswert.
(b) Berechnen Sie die langfristige Pro-Kopf-Wachstumsrate des Modells.
(c) Vergleichen Sie die Auswirkungen eines Anstieges des Bevölkerungswachstums *n* auf den langfristigen Wachstumspfad des Pro-Kopf-Einkommens. Inwiefern unterscheidet sich Ihr Ergebnis von demjenigen, das Solow 1956 für sein ursprüngliches Modell gefunden hatte?

Aufgabe 5 (15%)

Wachsen arme Länder systematisch schneller als reiche? Beschreiben Sie die empirische Evidenz, die zu dieser Frage existiert, und interpretieren Sie sie wachstumstheoretisch.

Lösungsskizze zur Hauptklausur Wirtschaftswachstum
vom 4. August 2009

Aufgabe 1.

Das Harrod-Paradoxon lässt sich wie folgt zusammenfassen:
Zu schnelle Kapitalausweitung führt zu Kapazitätsengpässen; zu wenige Investitionen führen zu Überkapazität.
Das Paradoxon rührt daher, dass es, wenn die Nachfrage größer als das Angebot ist, im Harrod-Domer-Modell zu Kapazitätsausweitung kommt. Dies erhöht wiederum die Nachfrage, was zur Folge hat, dass das Angebot noch weiter hinter der Nachfrage herhinkt. Wenn hingegen das Angebot größer als die Nachfrage ist, gehen die Investitionen zurückgehen. Dies senkt aber die Nachfrage, was nun zur Folge hat, dass die Nachfrage noch weiter hinter das Angebot zurückfällt.

Aufgabe 2.

Kaldors stilisierte Fakten für das Wachstum in Industrienationen sind:

1. Die Lohn- und Kapitalquote sind in der langen Frist konstant.
2. Der Kapitalstock wächst in der lange Frist mit mir einer konstanten Rate.
3. Das Pro-Kopf-Einkommen wächst in der lange Frist mit einer konstanten Rate.
4. Der Kapitalkoeffizient ist in der langen Frist konstant.
5. Die Kapitalverzinsung ist in der langen Frist konstant.
6. Der Reallohn wächst über die Zeit.

Das Solow-Modell bildet alle sechs stilisierten Fakten ab.

Aufgrund der Spezifikation der Produktionsfunktion gilt:

1. $\frac{wL}{Y} = 1-\alpha$ und $\frac{rK}{Y} = \alpha$

wobei ausgegangen wird von vollkommenem Wettbewerb, was zur Folge hat, dass die Faktoren mit ihrem Grenzprodukt entlohnt werden.

Im Gleichgewicht gelten:

2. $g_K = g_A + n = const.$
3. $g_{Y/L} = g_A = const.$
4. $\kappa = \left(\frac{K}{Y}\right) = \frac{s}{d+n+g_A} = const.$

5. Im Solow-Modell gilt: Kapitalverzinsung = GPK $r = \alpha K^{\alpha-1}(AL)^{1-\alpha}$,

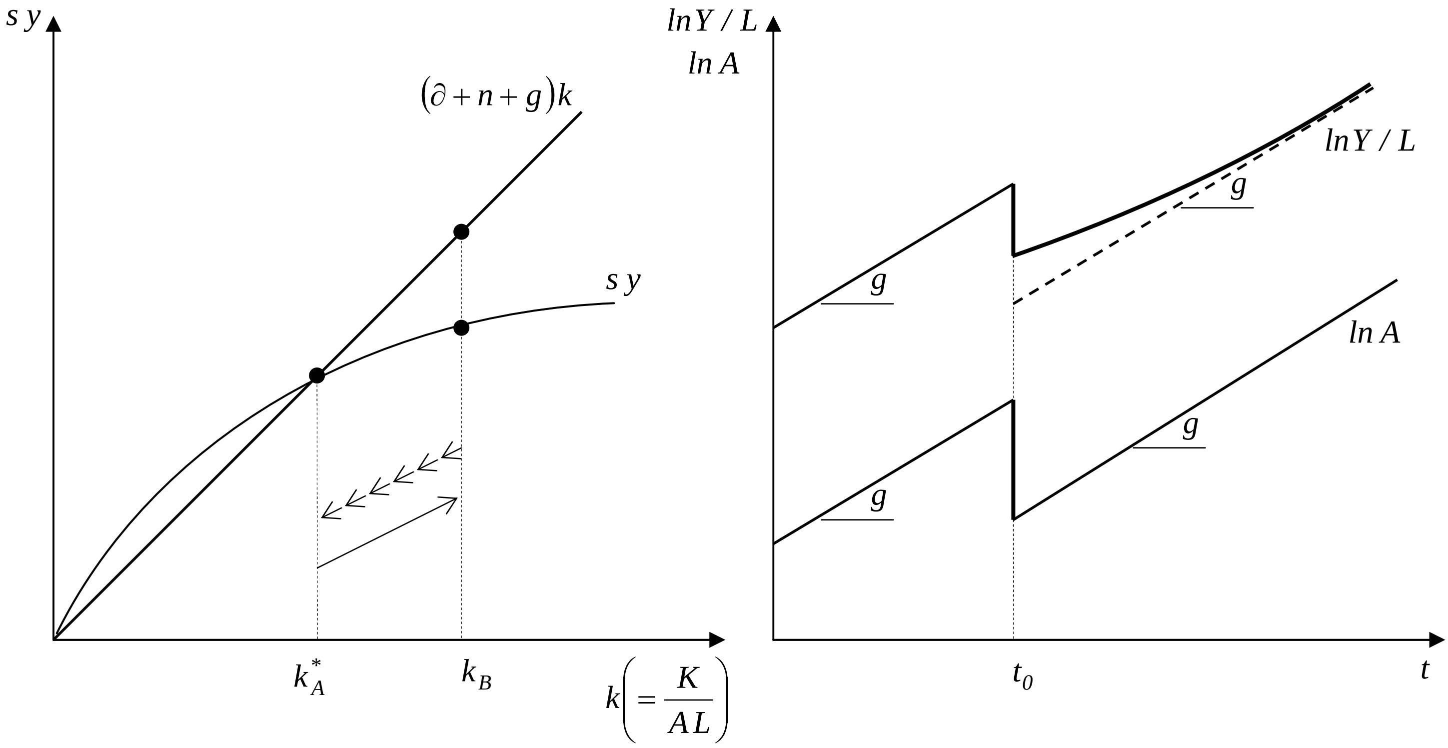
   Dynamisch: $\frac{\dot{r}}{r} = (1-\alpha)(g_A+n) - (1-\alpha)g_K$ und im Gleichgewicht folgt $\frac{\dot{r}}{r} = 0$
6. Im Solow-Modell gilt: Reallohn = Grenzprodukt der Arbeit $w = (1-\alpha)K^{\alpha}A^{1-\alpha}L^{-\alpha}$

   Dynamisch: $\frac{\dot{w}}{w} = (1-\alpha)g_A + \alpha g_K - \alpha n$ und im Gleichgewicht folgt $\frac{\dot{w}}{w} = g_A$

Aufgabe 3.

a.

Das Technologieniveau sinkt im Zeitpunkt des Brandes t_0 um das zerstörte Wissen und wächst anschließend auf nun niedrigerem Niveau erneut mit der exogenen Rate *g*.
Im Solow-Modell betrachtet, springt das System vom gleichgewichtigen Kapitalstock pro Effizienzeinheiten k_A nach k_B und bewegt sich danach allmählich ins alte Gleichgewicht zurück.
Das Pro-Kopf-Einkommen sinkt anfänglich durch den Rückgang von A und wächst dann im Übergang (bis *k* wieder seinen Gleichgewichtswert k_A erreicht hat) mit einer niedrigeren Rate als *g* um so schließlich, von oben kommend, einen niedrigeren gleichgewichtigen Wachstumspfad zu erreichen.



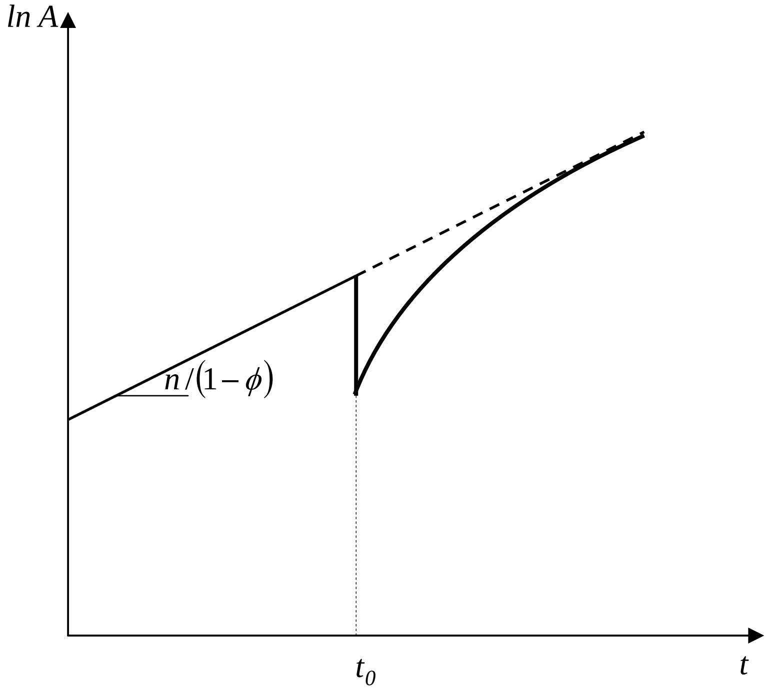
ba.

Es kommt wie in a. zu einem Rückgang von *A* in t_0. Anschließend wächst *A* jedoch vorübergehend schneller. Langfristig wird dann der alte Wachstumspfad wieder erricht, da *A(t)* – wenn sich g_A im Gleichgewicht befindet – nur von vom betrachteten Schock unbeeinflussten Variablen bestimmt wird.

$$g_A^{st.st.} = \frac{n}{1-\phi} = BL_A A^{\phi-1}$$

$$A(t)^{st.st.} = \left(\frac{BL_A(t)(1-\phi)}{n}\right)^{\frac{1}{1-\phi}}$$

Es ergibt sich also für den Verlauf von *A* über die Zeit:

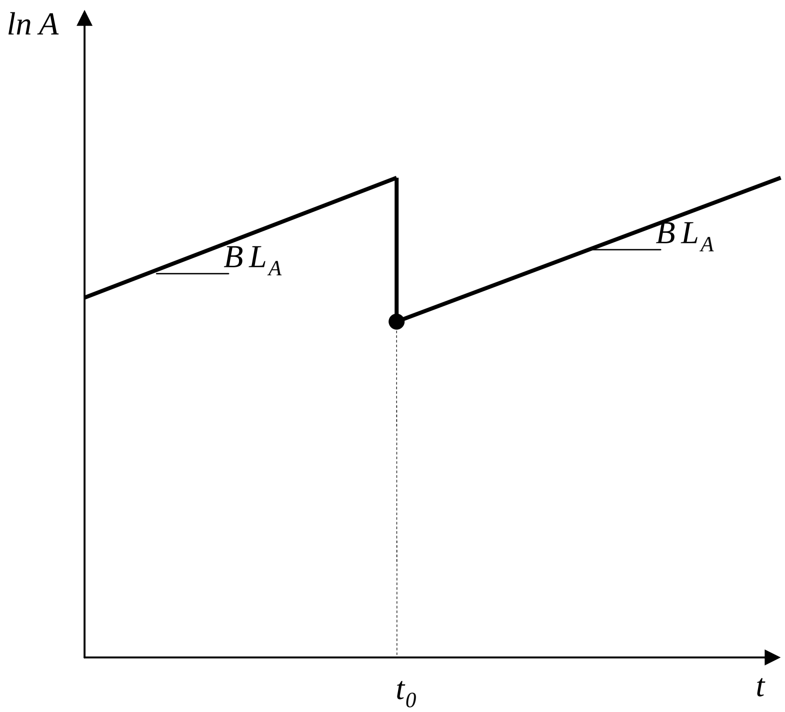


bb.

In diesem Fall vereinfacht sich die Wachstumsrate des technischen Fortschritts zu:

$$g_A = BL_A$$

Ein Rückgang von *A* führt hier zu einem vergleichbaren Ergebnis wie im Solow-Modell, da die Wachstumsrate unabhängig vom Technologieniveau ist (in diesem Fall: BL_A):



Aufgabe 4.

a.
Die Produktionsfunktion in Effizienzeinheiten der Arbeit ausgedrückt lautet:

$$y = k^{\alpha} t^{\beta} \tag{1}$$

In Wachstumsraten:

$$g_y = \alpha g_k - \beta(n+g) \tag{2}$$

Der Kapitalkoeffizient verändert sich wie folgt:

$$g_\kappa = g_k - g_y \tag{3}$$

Setzt man Gl. (3) für g_y in Gl. (2) ein und löst nach der Wachstumsrate des Kapitalkoeffizienten auf, folgt:

$$g_\kappa = (1-\alpha) g_k + \beta(n+g) \tag{4}$$

Kapital pro Effizienzeinheiten der Arbeit wächst auch im vorliegenden Modell mit:

$$g_k = s\frac{y}{k} - (d+n+g) \tag{5}$$

Setzt man nun Gl. (5) in Gl. (4) ein, erhält man für die Dynamik des Kapitalkoeffizienten:

$$g_\kappa = (1-\alpha)\left(\frac{s}{\kappa} - d\right) - (1-\alpha-\beta)(n+g) \tag{6}$$

Ist die Wachstumsrate des Kapitalkoeffizienten null, ist der Kapitalkoeffizient konstant. Es zeigt sich, dass man in diesem Fall einen gleichgewichtigen Kapitalkoeffizienten ermitteln kann:

$$\kappa^{st.st.} = \frac{s}{d + \frac{1-\alpha-\beta}{1-\alpha}(n+g)} \tag{7}$$

Um zu zeigen, dass dieser Kapitalkoeffizient auch konstant ist, muss Gleichung (6) jeweils für einen Kapitalkoeffizient größer/kleiner als im *steady state* evaluiert werden. Es folgt:

Für $\kappa < \kappa^{st.st.}$ folgt $g_\kappa > 0$

Für $\kappa > \kappa^{st.st.}$ folgt $g_\kappa < 0$

Das Gleichgewicht ist somit stabil, der Kapitalkoeffizient ist auch im vorliegenden Fall im Gleichgewicht konstant.

b.
Die Produktionsfunktion $Y = K^{\alpha} T^{\beta} (AL)^{1-\alpha-\beta}$ lässt sich wie folgt umformen:

$$Y^{1-\alpha} = \left(\frac{K}{Y}\right)^{\alpha} T^{\beta} (AL)^{1-\alpha-\beta}$$

$$\frac{Y}{L} = \left(\frac{K}{Y}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} T^{\frac{\beta}{1-\alpha}} A^{\frac{1-\alpha-\beta}{1-\alpha}} L^{-\frac{\beta}{1-\alpha}}$$

Der Pro-Kopf-Output hängt somit ab vom Kapitalkoeffizienten, von Land, Arbeit und dem Technologieniveau.
Da der Kapitalkoeffizient und der Faktor Land konstant sind, folgt für die Wachstumsrate des Pro-Kopf-Outputs:

$$g_{\frac{Y}{L}} = \frac{1-\alpha-\beta}{1-\alpha} g_A - \frac{\beta}{1-\alpha} n \tag{1}$$

c.
Während sich im ursprünglichen Solow-Modell der Anstieg des Bevölkerungswachstums in einem Niveaueffekt niederschlägt, ergibt sich im vorliegenden Fall *zusätzlich* ein negativer Wachstumseffekt, da das Bevölkerungswachstum, aufgrund der beschränkenden Ressource Land, einen Bremseffekt auf das Pro-Kopf-Wachstum ausübt (vgl. Aufgabenteil b. Gl. 1).

Aufgabe 5.

Im Allgemeinen lässt sich die Frage, ob arme Länder schneller wachsen als reiche Länder, nicht mit ja beantworten.
Empirisch hängt das Ergebnis vom verwendeten Datensatz ab. So lassen sich höhere Wachstumsraten von ärmeren im Vergleich zu reicheren Ländern dann finden, wenn die beachtete Ländergruppe aus homogenen Staaten besteht (bspw. OECD-Länder). Betrachtet man hingegen etwa alle Staaten der Welt (heterogener Vergleich), so lässt sich das obige Ergebnis nicht mehr finden.
Es findet sich somit kein Beleg für das wachstumstheoretische Argument unbedingter Konvergenz. Bedingte Konvergenz, d.h. Konvergenz zwischen Staaten mit gleichen Charakteristika wie u.a. Bevölkerungswachstum, technologischem Fortschritt, Technologieniveau, Humankapitalausstattung, lässt sich hingegen belegen.