Wiederholungsklausur zur Vorlesung ”Wirtschaftswachstum”

7. Oktober 2011

Aufgabe 1 (30%)

a. „Nach dem Solow-Modell werden langfristig alle Staaten gleich reich sein“. Richtig oder falsch? Erläutern Sie.

b. Zeigen Sie, wie sich im Solow-Modell eine einmalige Erhöhung der Arbeitsbevölkerung – bspw. durch das Anwerben von Arbeitskräften im Ausland – über die Zeit hin auf den Reallohn auswirkt.

Aufgabe 2 (35%)

Mankiw, Romer und Weil (QJE 1992) haben folgendes Modell für die Outputbestimmung sowie die Akkumulation von physischem und Human-Kapital vorgeschlagen:

$y = k^{\alpha} h^{\beta} \quad (\alpha + \beta < 1)$

$\dot{k} = s_k y - (n + g + \delta)k$

$\dot{h} = s_h y - (n + g + \delta)h$

y, k, h: Output, physisches Kapital, Humankapital (jeweils im Verhältnis zum effektiven Arbeitsinput)

s_k, s_h, n, g, δ: exogene Parameter

a. Bestimmen Sie die steady-state-Werte von k und h.

b. Inwiefern erleichtert die Berücksichtigung des Humankapitals in der Produktionsfunktion die empirische Erklärung von internationalen Unterschieden im Pro-Kopf-Einkommen?

Aufgabe 3 (35%)

Eine Volkswirtschaft besteht aus drei Sektoren:

1. Ein Konsumgütersektor produziert mit Arbeit (L_Y) und Kapitalgütern (x_i) einen Output $Y = L_Y^{1-\alpha} \cdot \sum_{i=1}^{A} x_i^{\alpha}$

2. Kapitalgüter werden im Kapitalgütersektor mit patentgeschützten Blaupausen unter Bedingungen der monopolistischen Konkurrenz hergestellt. Jedes Kapitalgut benötigt ein Patent im Wert von P_A und erzielt einen Absatzpreis von p_i.

3. Patente werden im Forschungs- und Entwicklungssektor erzeugt mit der Produktionsfunktion $\dot{A} = \varepsilon \cdot L_A^{\lambda} \quad (\lambda < 1)$

Das Arbeitsangebot L, das entweder im Konsum- oder im Forschungs- und Entwicklungsbereich eingesetzt werden kann, wächst mit der Rate n. Arbeit ist homogen und zwischen den Sektoren mobil.

a. Wie stellt das Modell technologischen Fortschritt im Konsumgütersektor dar?

b. Wie hoch ist die Rate des technischen Fortschritts im steady state?

c. Leiten sie die Arbeitsnachfragefunktionen in den beiden Sektoren her, in denen Arbeit zum Einsatz kommt, und erklären Sie, wie sich in dieser Volkswirtschaft der Reallohn bildet (Berechnung des Reallohns nicht erforderlich).

Lösungsskizze zur Nachholklausur "Wirtschaftswachstum" vom 7. Oktober 2011

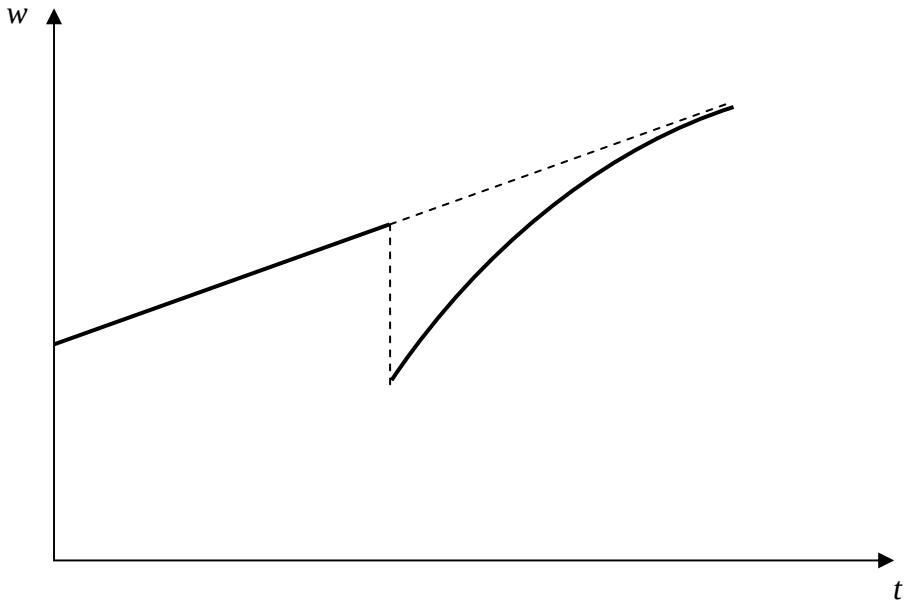
Aufgabe 1

a) Falsch. Die Aussagen des Solow-Modells implizieren, dass sich alle Länder langfristig zu ihrem spezifischen *steady state* bewegen. Dieses Gleichgewicht ist abhängig von der Sparquote und dem Bevölkerungswachstum. Beide Größen fallen für einzelne Länder unterschiedlich aus, sodass auch ihr *steady state* und damit das langfristige Pro-Kopf-Einkommen unterschiedlich ausfallen. Nur wenn alle Länder über die gleiche Sparquote und das gleiche Bevölkerungswachstum verfügen, würde das Solow-Modell ein langfristig gleiches Pro-Kopf-Einkommen voraussagen.

b) Der Reallohn w ergibt sich aus dem Grenzprodukt der Arbeit in der Produktionsfunktion. Im Falle einer Cobb-Douglas-Funktion:

$$w = \frac{\partial Y}{\partial L} = (1-\alpha)\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} A^{1-\alpha}$$

Durch eine einmalige Erhöhung von L fällt der Reallohn zunächst, erholt sich jedoch aufgrund der endogenen Reaktion des Kapitalstocks über die Zeit, bis er wieder seinen gleichgewichtigen Wachstumspfad erreicht.



Aufgabe 2

a) Durch Einsetzen der Produktionsfunktion in die beiden Akkumulationsgleichungen erhält man:

$$\dot{k} = s_k k^{\alpha} h^{\beta} - (n + g + \delta)k$$
$$\dot{h} = s_h k^{\alpha} h^{\beta} - (n + g + \delta)h$$

Im Gleichgewicht muss die jeweilige Veränderungsrate gleich null sein. Aufgelöst nach den Werten, welche diese Bedingung erfüllen, ergibt sich:

$$k^* = \left[\frac{s_k h^{*\beta}}{(n+g+\delta)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (1)$$

$$h^* = \left[\frac{s_h k^{*\alpha}}{(n+g+\delta)}\right]^{\frac{1}{1-\beta}} \quad (2)$$

Durch gegenseitiges Einsetzen von (1) in (2) und (2) in (1) erhält man für die steady-state-Werte von k^* und h^*:

$$k^* = \left[\frac{s_k^{1-\beta} s_h^{\beta}}{(n+g+\delta)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

$$h^* = \left[\frac{s_k^{\alpha} s_h^{1-\alpha}}{(n+g+\delta)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

b) Unrestringierte Schätzungen des Solow-Modells ergeben eine Elastizität des Einkommens in Bezug auf den physischen Realkapitalbestand (α), die weitaus größer ist als es empirische Schätzungen nahe legen. Schätzungen mit der Hinzunahme von Humankapital als zusätzlichem Faktor besitzen dagegen eine höhere Erklärungskraft für die Unterschiede im Pro-Kopf-Einkommen. Zusammen mit dem Faktor physischem Kapital können die Unterschiede im Pro-Kopf-Einkommen nun gut erklärt werden und ergeben auch plausible Werte für die Elastizität des Einkommens in Bezug auf die beiden Kapitalinputs.

Aufgabe 3

a) Technologischer Fortschritt vergrößert die Anzahl der Kapitalgüter, die in der Produktionsfunktion des Konsumgütersektors eingesetzt werden können (Zunahme von A in $Y = L_Y^{1-\alpha} \cdot \sum_{i=1}^{A} x_i^{\alpha}$).

b) Division der Wissensproduktionsfunktion durch A ergibt:

$$\frac{\dot{A}}{A} = \varepsilon \cdot L_A^{\lambda} \cdot A^{-1}$$

Um die gleichgewichtige Wachstumsrate zu finden, muss die Wachstumsrate von $\frac{\dot{A}}{A} = 0$ sein.

$$g_{\frac{\dot{A}}{A}} = \lambda \cdot \frac{\dot{L}_A}{L_A} - g_A$$

Setzt man diese Funktion gleich null, erhält man für g_A den Wert:

$$g_A = \lambda n$$

c) Die Konsumgüterproduzenten maximieren ihren Gewinn nach:

$$\Pi_c = Y - w L_Y - \sum_{i=1}^{A} p_i \, x_i$$

Hieraus ergibt die notwendigen Bedingungen erster Ordnung für L_Y :

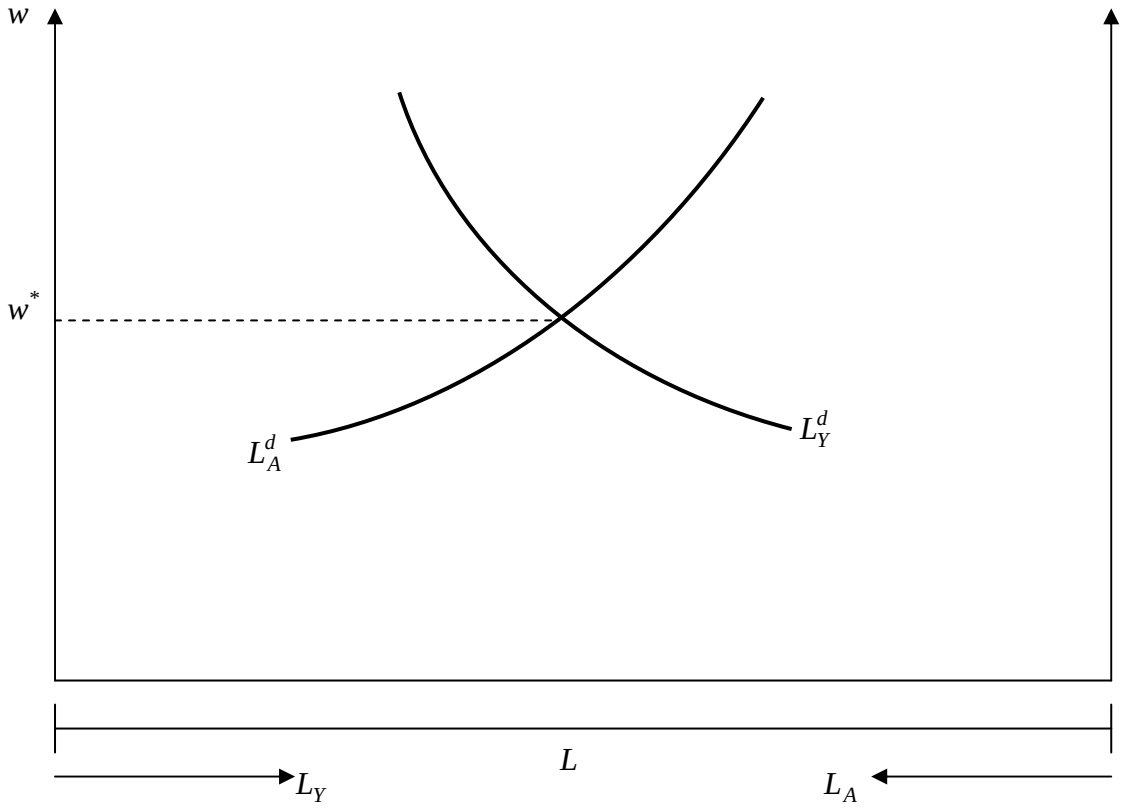
$$\frac{\partial \pi_c}{\partial L_Y} = (1-\alpha) \cdot L_Y^{-\alpha} \cdot \sum_{i=1}^{A} x_i^{\alpha} - w = 0$$

woraus sich die folgende Faktornachfragefunktion ableiten lässt:

$$L_Y^d = \left[\frac{w}{(1-\alpha) \cdot \sum_{i=1}^{A} x_i^{\alpha}} \right]^{-\frac{1}{\alpha}}$$

Die Arbeitsnachfrage des Forschungs- und Entwicklungssektors ergibt sich aus der Optimalbedingung bei der das Grenzwertprodukt der Arbeit dem Lohnsatz entsprechen muss:

$$P_A \cdot \frac{\partial \dot{A}}{\partial L_A} = P_A \cdot \varepsilon \lambda \cdot L_A^{\lambda-1} = w \quad \Rightarrow \quad L_A^d = \left[\frac{w}{P_A \cdot \varepsilon \lambda} \right]^{-\frac{1}{1-\lambda}}$$

Ein Gleichgewicht auf dem Arbeitsmarkt ist erreicht, wenn sich die Grenzwertprodukte der Arbeit in den beiden Sektoren entsprechen. Damit ergibt sich für den gleichgewichtigen Lohnsatz:

$$w = P_A \cdot \varepsilon \lambda \, L_A^{\lambda-1} = (1-\alpha) \cdot L_Y^{-\alpha} \cdot \sum_{i=1}^{A} x_i^{\alpha}$$